Matemáticas financieras

Con fórmulas, calculadora financiera y Excel



ECOE EDICIONES

Jairo Gutiérrez Carmona



Jairo Gutiérrez Carmona

Economista de la Universidad Nacional de Colombia, con maestrías en Gestión de Organizaciones y Ciencias de Sistemas, y especializaciones en Finanzas Privadas y Docencia Universitaria.

Se ha desempeñado como director financiero, administrativo y de planeación en importantes organizaciones privadas colombianas. Actualmente, se desempeña como docente universitario y dirige su propia empresa de consultoría financiera y de sistemas.

TABLA DE CONTENIDO

Capítulo 1	1
Interés	1
1.1 Interés y tasa de interés	3
1.1.1 Interés	3
1.1.2 Tasa de interés	5
1.2 Diagramas de flujos de efectivo	7
1.2.1 Valor presente (P)	9
1.2.2. Valor futuro (F)	10
1.3 Interés simple y compuesto	11
1.3.1 Interés simple	13
1.3.2 Interés compuesto	15
1.4 Tasa de interés nominal y efectivo	22
1.4.1 Interés nominal	22
1.4.2 Interés efectivo	24
1.5 Interés vencido y anticipado	29
1.5.1 Interés vencido	29
1.5.2 Interés anticipado	29
1.6 Tasas especiales	32
1.6.1 Tasa de inflación	33
1.6.2 Tasa de devaluación	34
1.6.3 Tasa de interés de oportunidad	36
1.7 Tasas compuestas	37
1.7.1 DTF	37
1.7.2 UVR	39
1.7.3 PRIME / LIBOR	40
1.8 La tasa de interés con la calculadora y el Excel	41
1.8.1 Calculadora financiera	41
1.8.2 Hoja de cálculo Excel	44
Función financiera interés efectivo	45
Función financiera tasa nominal	45
Función personalizada tasa efectiva	46
Función personalizada tasa nominal	47

1

Resumen del capítulo	49
Cuestionario de autoevaluación	51
Ejercicios propuestos	52
Capítulo 2	59
Equivalencia de tasas de interés	59
2.1 Concepto de equivalencia	61
2.2 Equivalencias con fórmula	61
2.3 Equivalencias con calculadora	64
2.4 Equivalencias con Excel	68
2.5 Equivalencias especiales	69
Resumen del capítulo	75
Cuestionario de autoevaluación	76
Ejercicios propuestos	77
Capítulo 3	81
Pago único	81
3.1 Conceptos generales	83
3.2 Capitalización	84
3.2.1 Capitalización con fórmula	84
3.2.2. Capitalización con calculadora	86
Capitalización conociendo la tasa del período	86
Capitalización conociendo la tasa nominal anual	87
3.2.3 Capitalización con Excel	88
Función financiera VF	89
3.2.4 Ejemplos de aplicación de la capitalización	90
3.3 Descuento	92
Función financiera VA	93
3.4 Casos especiales	94
3.5 Notación estándar	102
Resumen del capítulo	105
Cuestionario de autoevaluación	106
Ejercicios propuestos	107
Capítulo 4	113
Series uniformes	113
4.1 Conceptos generales	115
4.2 Anualidad vencida	117

4.2.1. Anualidad vencida con fórmula	117
4.2.2 Anualidad vencida con calculadora	119
4.2.3 Valor futuro, anualidad, tasa y número de períodos	121
4.2.4 Anualidades vencidas con Excel	126
4.3 Anualidad anticipada	128
4.4 Anualidad diferida	143
4.5 Anualidad perpetua	147
Resumen del capítulo	149
Cuestionario de autoevaluación	151
Ejercicios propuestos	152
Capítulo 5	165
Series variables	165
5.1 Conceptos generales	167
5.2 Gradiente aritmético	168
5.3 Gradiente geométrico	179
5.4 Gradientes con la calculadora	190
5.5 Gradientes con Excel	197
5.6 Gradiente perpetuo	210
5.6.1 Gradiente aritmético perpetuo	211
5.6.2 Gradiente geométrico perpetuo	214
5.7 Gradiente diferido	215
5.7.1 Gradiente aritmético diferido	216
5.7.2 Gradiente geométrico diferido	221
5.8 Gradiente escalonado	225
5.8.1 Gradiente aritmético escalonado	225
5.8.2 Gradiente geométrico escalonado	235
5.8.3 Gradiente escalonado con la calculadora financiera	240
Resumen del capítulo	243
Cuestionario de autoevaluación	245
Ejercicios propuestos	246
Capítulo 6	259
Amortización, capitalización y saldos	259
6.1 Amortización	261
6.1.1 Saldo adeudado	261
6.1.2 Composición de las cuotas	267

6.1.3 Tablas de amortización	272
Tabla de amortización del sistema de abonos constantes a capital	273
Distribución de la cuota: abonos constantes a capital	273
Tabla de amortización del sistema de cuotas constantes	274
Distribución de la cuota: cuota constante	274
Tabla de amortización del sistema de gradiente aritmético	275
Distribución de la cuota: gradiente aritmético	275
Tabla de amortización del sistema de gradiente geométrico	276
Distribución de la cuota: gradiente aritmético	276
6.2 Créditos en UVR	279
6.2.1 Metodología de cálculo de la UVR	280
6.2.2 Sistemas de amortización en UVR	281
6.3 Capitalización	283
6.3.1 Saldo capitalizado	283
6.3.2 Tablas de capitalización	286
Tabla de capitalización del sistema de cuotas constantes	286
Tabla de capitalización del sistema de gradiente aritmético	287
Tabla de capitalización del sistema de gradiente geométrico	287
Resumen del capítulo	289
Cuestionario de autoevaluación	290
Ejercicios propuestos	291
Capítulo 7	297
Indicadores de conveniencia económica	297
7.1 Valor presente neto (VPN)	299
7.2 Cuota anual uniforme equivalente (CAUE)	307
7.3 Tasa interna de rentabilidad (TIR)	309
7.4 Tasa de rentabilidad verdadera (TRV)	312
7.5 Relación beneficio - costo (B/C)	314
7.6 Indicadores de conveniencia con calculadora	315
Resumen del capítulo	317
Cuestionario de autoevaluación	319
Ejercicios propuestos	319
Anexo 1	325
Convenciones	325

Anexo 2	331
Glosario	331
Anexo 3	335
Fórmulas	335
Anexo 4	347
Funciones financieras del Excel	347
Anexo 5	349
Funciones financieras personalizadas	349
Anexo 6	351
Cómo crear funciones personalizadas en Excel	351
Cómo incorporar las funciones personalizadas a su equipo	354
Bibliografía	357
Índice	359

PRESENTACIÓN

Este libro tiene como objetivo contribuir con una herramienta académica integral en la instrucción de todas aquellas personas interesadas en las matemáticas financieras, tanto a nivel de pregrado como de posgrado, especialmente de los estudiantes del área financiera. Es una herramienta porque sirve como libro de texto para cualquier curso de matemáticas financieras, ya que además de los temas principales, que se incluyen en todos los libros, se presentan análisis y explicaciones detalladas de aspectos particulares del valor del dinero en el tiempo; y es una herramienta integral porque en los numerosos ejemplos que se aportan, se muestra la solución por diversos sistemas, de manera que no se encasille al estudiante con uno o dos sistemas de solución.

En el libro se utilizan cuatro sistemas para solucionar los problemas de matemáticas financieras:

- Primero, con notación estándar (ver página 102) que facilita el planteamiento de las soluciones, pero que finalmente requiere de tablas o calculadora para encontrar el valor de los factores;
- Segundo, con fórmulas que por ser un sistema universal siempre está disponible, pero que en algunos casos requiere operaciones engorrosas debido a la complejidad de la fórmula;
- Tercero, con calculadora financiera que produce la respuesta de una manera rápida, pero que no tiene disponible el menú necesario para solucionar todas las clases de problemas que se presentan. Este libro incluye algunos algoritmos para grabar en el solucionador de la calculadora financiera Hewlett Packard 17BII o 19BII;
- Cuarto, con hoja de cálculo que además de ser muy rápida para producir las respuestas, tiene un alto potencial para sensibilizar y analizar los problemas, pero no dispone de todas las funciones que se requieren para solucionar todas las clases de problemas que se presentan. Este libro tiene soporte en el Sistema de Información en Línea (SIL) de la



Editorial ECOE (www.ecoeediciones.com/sil/index.php), donde podrá encontrar funciones personalizadas para utilizar en la hoja de cálculo Excel.

Por lo anterior, los numerosos ejemplos que se incluyen en este libro son de vital importancia para introducir o aclarar conceptos, de manera que el estudiante debe analizarlos con detenimiento, en especial porque en muchos de ellos se combinan los sistemas de solución de problemas para hacer más eficiente el trabajo.

En el SIL se encuentra el archivo F.xls en Excel donde se desarrollan funciones financieras personalizadas que complementan las funciones financieras que vienen con la hoja de cálculo Excel; además reúne por capítulos la solución de los ejemplos en los que se haya utilizado hoja de cálculo y presenta la solución detallada de los ejercicios propuestos múltiplos de diez.

En el ANEXO 6: COMO CREAR FUNCIONES PERSONALIZADAS EN Excel (ver página 351) se comenta como instalar en su computador el archivo con las funciones personalizadas.

La solución detallada de los ejercicios múltiplos de diez es un aporte importante, especialmente para los estudiantes, ya que los ejemplos tratados dentro de los capítulos, aunque se solucionan por varios sistemas, sólo sirven para ilustrar el tema que se está tratando y por lo tanto son ejercicios sencillos. La solución de algunos ejercicios propuestos, se incluye para presentar la utilización de los temas en problemas más complicados y además combinados con temas tratados en los capítulos anteriores.

CAPÍTULO 1

Interés

En este capítulo se presentan los conceptos fundamentales de las matemáticas financieras, por lo tanto se trata todo lo relacionado con el interés, la tasa de interés y sus diferentes formas de cálculo, tanto desde el punto de vista de quien es propietario de un capital y lo invierte o lo entrega en préstamo, como desde la perspectiva de quien no cuenta con el capital y lo recibe en préstamo.

Se estudian aquellas tasas de interés especiales que también se utilizan para el cálculo del costo de créditos o de la rentabilidad de inversiones, como son la inflación, la devaluación, la DTF y el PRIME. Finalmente se muestra como operan todas las tasas de interés vistas en el capítulo en la calculadora financiera y en la hoja de cálculo Excel.

El capítulo contiene los siguientes temas:

- 1.1 Interés y tasa de interés
- 1.2 Diagramas de flujos de efectivo
- 1.3 Interés simple y compuesto
- 1.4 Tasa de interés nominal y efectiva
- 1.5 Interés vencido y anticipado
- 1.6 Tasas especiales
- 1.7 Tasas compuestas
- 1.8 La tasa de interés con la calculadora y el Excel

1.1 Interés y tasa de interés

Los recursos tienen propietario y cada uno espera utilizarlos en beneficio propio. Cuando el propietario de un recurso puede usarlo para sí mismo, espera una utilidad o alguna satisfacción; pero cuando no puede utilizar directamente los recursos que posee o tiene algún recurso en exceso, busca alquilarlo a otra persona y por ello espera una retribución. Quiere decir que los recursos, además de propietario también tienen precio, ya sea el que estime su propietario o el que le determine el mercado.



Los poseedores de fuerza de trabajo que no pueden emplearla en su propio negocio, la alquilan por un salario; quienes poseen finca raíz y no la emplean en su beneficio, trasfieren su utilización a cambio de un arrendamiento. Y así ocurre con todos los recursos, incluyendo el dinero o capital que como retribución recibe el interés.

1.1.1 Interés

El interés se ha definido como el precio del dinero, sea éste un capital propio o ajeno; es decir que el dinero, cuando se utiliza como capital, debe tener una retribución como ocurre con todos los recursos (el salario para el trabajo o la renta para la tierra). No siempre el capital invertido es dinero, puede ser cualquier otro recurso como maquinaria, finca raíz o semovientes, lo importante es que se aporte para la explotación de un negocio, en el cual se espera tener una retribución por el uso del recurso; en estos casos el recurso debe valorarse en dinero para efectuar los cálculos.

Ejemplo No. 1.1

Un capitalista invierte quince millones de pesos en un negocio, por lo tanto espera que al finalizar el negocio, éste le haya retribuido los quince millones de pesos que invirtió inicialmente más un interés, que es un valor adicional al invertido dado que durante un tiempo renunció al uso de sus recursos y se arriesgó en un negocio. El capital inicial de quince millones pudo estar representado en dinero, en especie o en ambos (quince millones de pesos en efectivo o un vehículo valorado en diez millones de pesos y cinco millones de pesos en efectivo, por ejemplo). Así mismo, el capital que recibe al final puede estar representado en dinero, en especie o en ambos (veinte millones de pesos en efectivo o el mismo vehículo valorado en ocho millones de pesos y doce millones de pesos en efectivo, por ejemplo).

Esto significa que, cuando se invierte un capital se espera que después de un tiempo de tenerlo invertido se obtenga un valor superior al que se invirtió inicialmente: el capital más el interés.

Lo mismo ocurre cuando se recibe un capital en préstamo, después de un tiempo de utilizarlo se debe pagar un valor superior al que se recibió inicialmente: el capital más el interés.

Otros títulos de interés:

Didáctica de las matemáticas, Robinson Castro Puche

Fundamentos de cálculo, con aplicaciones a ciencias económicas y administrativas Francisco Soler y Reinaldo Núñez

Gráficas y tablas estadísticas en Excel Héctor Daniel Lerma González

Matemáticas financieras empresariales Juan Antonio Flórez Uribe

> Matemáticas financieras aplicadas Jhonny de Jesús Meza Orozco

> > Matemáticas básicas Rafael A. Álvarez Horacio Fernández C. José Alberto Rúa Vásquez

Matemática para informática Ismael Gutiérrez García

Matemáticas financieras

Con fórmulas, calculadora financiera y Excel



Este libro es una herramienta académica integral en la instrucción de todas aquellas personas interesadas en las matemáticas financieras, tanto a nivel de pregrado como de posgrado. Sirve de libro de texto para cualquier curso de *Matemáticas financieras*, porque además de los temas principales, que se incluyen en todos los libros, se presentan análisis y explicaciones detalladas de aspectos particulares del valor del dinero en el tiempo.

Los numerosos ejemplos que se aportan se solucionan con fórmulas, con calculadora financiera y con Excel. Con este último se sensibilizan y analizan los casos de manera que el estudiante pueda comprender mejor los planteamientos y las soluciones de los problemas.

Área: Ciencias Exactas **Colección:** Matemáticas.



