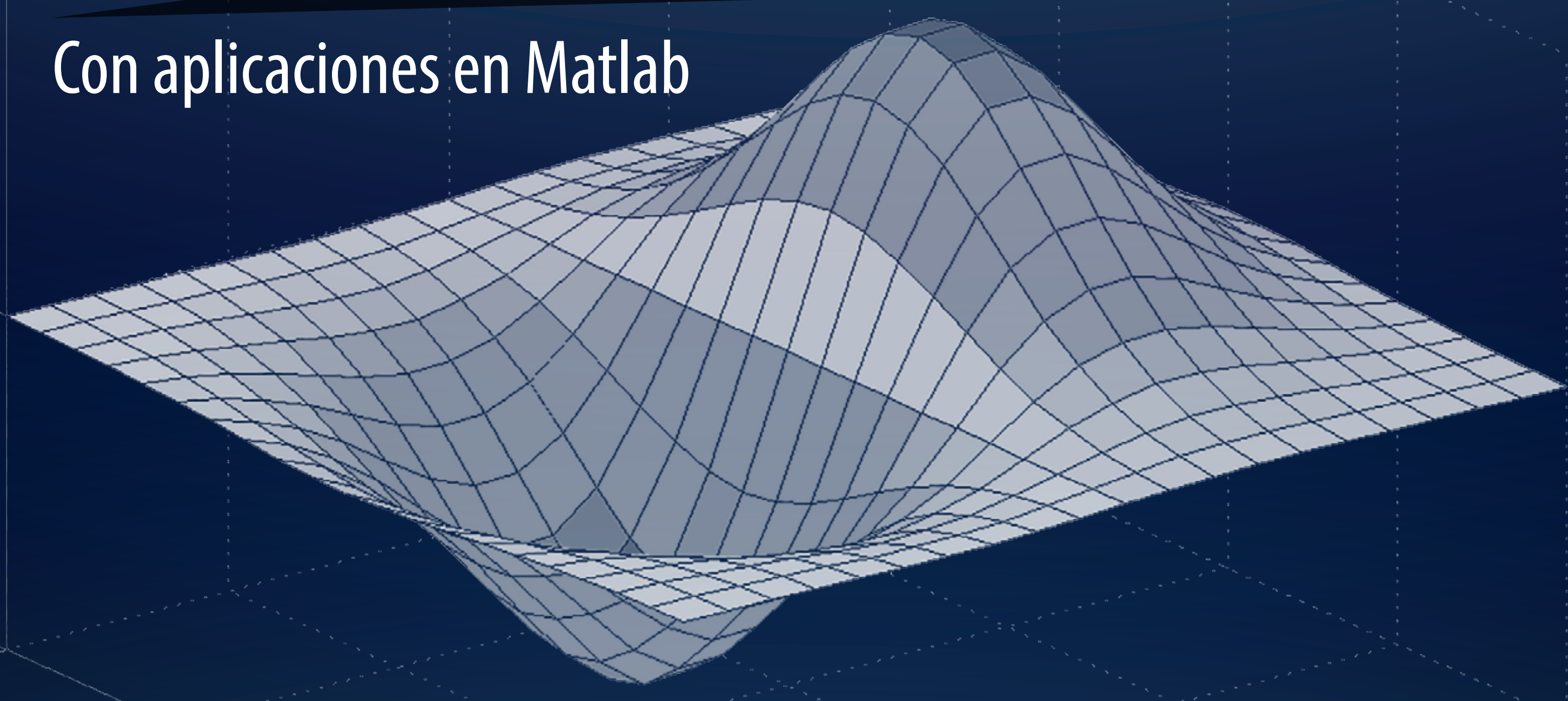
ENFOQUE PRÁCTICO DEL CONTROL MODERNO

Con aplicaciones en Matlab



ECOE EDICIONES

UPC
Universidad Peruana
de Ciencias Aplicadas

Enrique Luis Arnáez Braschi

Contenido

Capítulo 4: Modelamiento matemático en espacio de estados

Capítulo 5: Transformaciones

Capítulo 6: Propiedades de los sistemas de espacio de estados

Lista de ejemplos

Introducción

Este libro ha sido preparado pensando en condensar temas sumamente abstractos de manera sencilla que apoyen el dictado de los cursos relacionados, específicamente, me refiero a los temas de control moderno, ya que cuando me tocó aprender y luego dictar estos cursos, el lenguaje que empleaban las publicaciones y la forma de escribir las matemáticas eran sumamente complicadas.

Asimismo, no se tenían aplicaciones en Matlab de los ejemplos que planteaban, siendo una gran interrogante cómo los autores programaban y llegaban a los resultados.

En este libro se condensa, en una forma práctica, estudios, trabajos e investigaciones de más de catorce años tratando de plasmar el enfoque práctico de la parte teórica del control moderno.

La teoría de control moderno emplea durante sus diferentes etapas para el diseño de los controladores, un amplio número de ciencias y herramientas tales como álgebra lineal, teoría de vectores y matrices, cálculo diferencial y programación. Para esta última herramienta, empleamos el Matlab, por ello si el lector no está familiarizado con estos temas, es conveniente que primero desarrolle ciertas habilidades antes de comenzar con estos conocimientos, ya que solamente se mencionarán los procedimientos necesarios sin profundizar en ellos.

Adicionalmente, todo ingeniero que vaya a analizar el comportamiento de un sistema controlado, o para controlarlo, deberá investigar la teoría que sostiene dicho comportamiento. En este caso, usamos teoría de electricidad, electrónica, mecánica y dinámica de sólidos o fluidos, economía, química o cualquiera que fuera el o los campos de trabajo del sistema en cuestión.

Complementariamente, el control moderno utiliza análisis numérico, teoría de optimización, lógica difusa, redes neuronales y otras nuevas teorías que puedan mejorar el desempeño de los sistemas que manejemos.

Se puede ver que desde el Capítulo 1 al 3, abarcamos las áreas tradicionales del control clásico, tales como los análisis de la respuesta en el tiempo transitorio y en la frecuencia. Se presentan de manera completa y con ejemplos desarrollados, los conceptos fundamentales del control, ya que la teoría clásica permite hacerlo de una manera fácil de comprender.

Posteriormente, desde el Capítulo 4 al 6, establecemos los fundamentos de la teoría de espacio de estados, donde veremos el modelamiento matemático, sus transformaciones y propiedades. Esta teoría nos permitirá programar las simulaciones y el diseño de una manera más real, ya que una de sus capacidades es la de poder trabajar con sistemas de múltiples entradas y salidas, cosa que no era posible con la teoría de control clásica. Del mismo modo, introduce los conceptos de controlabilidad y observabilidad.

Los capítulos centrales de este texto son el 7 y el 8. Ahí es donde aplicamos todos los conocimientos previos para el desarrollo de controladores y observadores de estado.

Desde el Capítulo 9 al 10 veremos una serie de teorías complementarias que sirven para mejorar el comportamiento de los sistemas de control de estados. Hemos visto conveniente resaltar el seguimiento y el control óptimo. Todas estas teorías se utilizarán en las diferentes partes del análisis o diseño. Igualmente, no debemos limitarnos a ellas porque si sabemos emplear otras teorías que puedan apoyar a este campo, así como de otras nuevas que puedan desarrollarse, debemos experimentar su uso en la teoría de control moderno.

Adicionalmente, se presenta un apéndice donde planteamos una introducción al Matlab. Su finalidad es enseñar a usar este programa, sino de explicar algunas de sus funciones y aplicaciones para ayudar a su empleo en el control.

Los temas teóricos están presentados con ejemplos en su aplicación con la finalidad de una fácil y rápida comprensión, y casi en su totalidad son desarrollados adicionalmente en Matlab, siempre y cuando sea aplicable.

Enrique Arnáez Braschi

Capítulo 1: Introducción al control moderno

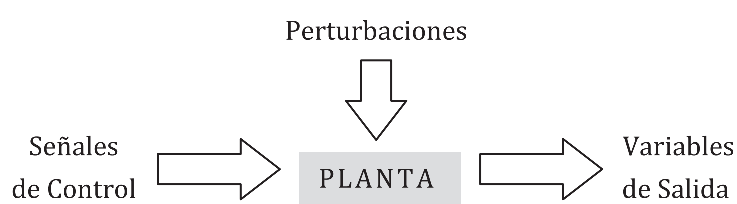
A continuación, recordaremos una serie de conceptos que deberemos tener presentes para comprender los temas que se desarrollarán posteriormente.

Comenzamos por definir al control realimentado como una operación que, a pesar de estar bajo la influencia de perturbaciones, tiende a reducir la diferencia entre alguna entrada de referencia y el resultado del proceso esperado, y lo continúa haciendo con base en esta diferencia hasta que el sistema se estabilice y en el mejor de los casos, hasta que la diferencia desaparezca.

El sistema se define como una combinación de componentes que actúan conjuntamente y que cumplen determinado objetivo.

La planta es el objeto sobre el cual se ejecutan las acciones especiales organizadas con el fin de lograr resultados de funcionamiento deseados. Es el objeto que se desea controlar.

Gráfico 1.1. Sistema

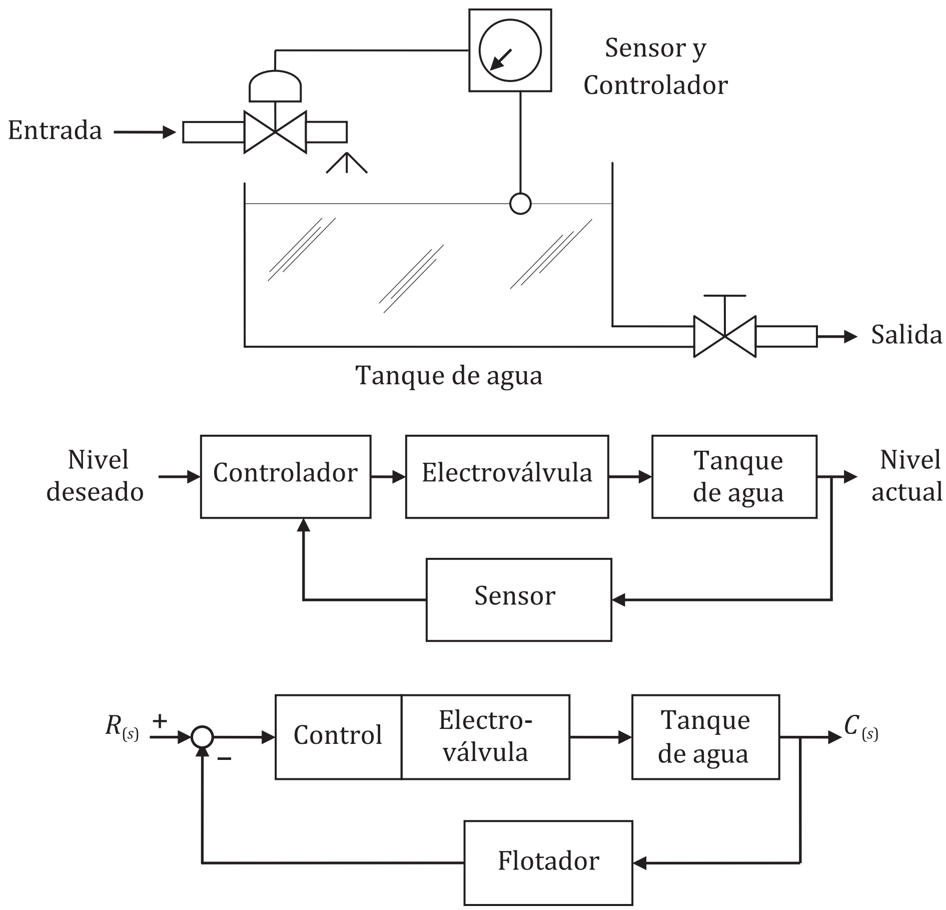


Las acciones elaboradas por el controlador se denominan señales de control, mientras que las que no dependen del sistema de control, que no se pueden predecir y que no son deseadas, se denominan perturbaciones.

Los resultados para los cuales se diseñó el controlador son las variables de salida.

El proceso es la sucesión de cambios que se producen en una planta: cambios de materia, energía, información, etcétera.

Gráfico 1.2. Sistema de control en varias formas



1.1 Clasificación de los sistemas de control

a. Según su dimensión:

- Sistemas de parámetros concentrados: representados por ecuaciones diferenciales u otra expresión que le dé carácter finito.

- Sistemas de parámetros distribuidos: son de carácter infinito por lo que requieren de derivadas parciales dentro de su representación, por ejemplo: el modelo de un oleoducto.

b. Según el conocimiento de sus parámetros:

- Sistemas determinísticos: sistemas de parámetros conocidos.
- Sistemas estocásticos: donde algunos o todos sus parámetros son conocidos probabilísticamente.

c. Según el tipo de continuidad:

- Sistemas continuos: tienen definición para todo instante de tiempo y mediante puntos contiguos, por ejemplo una parábola.

- Sistemas discontinuos: tienen una o más definiciones en cada instante de tiempo las cuales no son, necesariamente, puntos contiguos, por ejemplo: un tren de pulsos o una tangente.

- Sistemas discretos: están definidos en ciertos periodos, por ejemplo: una señal muestreada.

d. Según su estructura matemática:

- Sistemas lineales: su comportamiento puede ser representado por una línea recta. Se puede aplicar el principio de superposición.

- Sistemas no lineales: no pueden ser representados por una línea recta en su totalidad o en una porción del mismo, así sea muy pequeña.

e. Según el comportamiento de sus parámetros:

- Sistemas invariantes en el tiempo: cuyos parámetros son iguales para todos los instantes de tiempo, por ejemplo: un sistema de suspensión mecánica.

- Sistemas variantes en el tiempo: cuyos parámetros cambian conforme va transcurriendo el tiempo, por ejemplo: la masa de un cohete o de un carro Fórmula 1, volumen de cuerpos sometidos a diferentes temperaturas y otros similares.

Para las aplicaciones en el curso que estamos desarrollando y por motivos de instrucción vamos a utilizar sistemas lineales invariantes en el tiempo.

1.2 Transformadas de Laplace:

Las Transformadas de Laplace se encargan de facilitar el cálculo de operaciones íntegro-diferenciales. Esto se realiza cambiando el dominio del tiempo a uno imaginario que denominamos Dominio de Laplace, en donde la solución de ecuaciones diferenciales se alcanza mediante procedimientos algebraicos.

Las Transformadas de Laplace más comunes son las siguientes:

$$\mathcal{L}\{\delta_{(t)}\} = 1 \qquad \mathcal{L}\{t\} = \frac{1}{s^2} \qquad \mathcal{L}\{u_{(t)}\} = \frac{1}{s}$$

$$\mathcal{L}\{t^{n-1}\} = \frac{(n-1)!}{s^n} \qquad \mathcal{L}\{e^{-at}\} = \frac{1}{s+a} \qquad \mathcal{L}\{\cos(at)\} = \frac{s}{s^2+a^2}$$

$$\mathcal{L}\{\sin(at)\} = \frac{a}{s^2+a^2}$$

Es conveniente recalcar que para realizar las transformaciones inversas de Laplace se utilizan las mismas fórmulas, pero en sentido contrario.

1.2.1 Propiedades de las Transformadas de Laplace:

Las transformaciones se facilitan notablemente cuando, además de las fórmulas más comunes, aplicamos las propiedades que rigen a estas. A continuación vamos a presentar las más importantes:

$$\mathcal{L}\left\{\frac{d^n f_{(t)}}{dt^n}\right\} = s^n F_{(s)} - s^{n-1} f_{(0^+)} - s^{n-2} \dot{f}_{(0^+)} - \ldots - \overset{n-1}{f}_{(0^+)}$$

Donde todas las derivadas de la función son iguales a 0, cuando las condiciones iniciales son 0.

$$\mathcal{L}\left\{\int_0^t f_{(t)}\,dt\right\} = \frac{F_{(s)}}{s}$$

$$\mathcal{L}\left\{e^{-at} f_{(t)}\right\} = F_{(s+a)}$$

$$\mathcal{L}\left\{f_{\left(\frac{t}{a}\right)}\right\} = aF_{(as)}$$

$$\left\{\int_0^t f_{1(t-\tau)} f_{2(\tau)}\,d\tau\right\} = F_{1(s)} F_{2(s)}$$

Teorema del valor inicial:

$$f_{(0^+)} = \lim_{s\to\infty} sF_{(s)}$$

Teorema del valor final:

$$\lim_{t\to\infty} f_{(t)} = f_{(\infty)} = \lim_{s\to 0} sF_{(s)}$$

1.2.2 Expansión por fracciones parciales:

La expansión por fracciones parciales es utilizada para descomponer una función que contiene polinomios en el numerador y en el denominador, en un conjunto de fracciones que respondan fácilmente a la transformación inversa de Laplace.

Los casos más frecuentes son expresiones con denominador compuesto por una multiplicación de binomios, y expresiones con denominador compuesto por binomios elevados a alguna potencia. Para los demás casos que no están explícitamente citados, se deberán combinar estas alternativas de solución y deberá usarse mucha álgebra para factorizar de la manera adecuada estas expresiones y nos apoyaremos bastante en las propiedades de las Transformadas de Laplace.

Presentaremos la forma de resolver estas expansiones con los siguientes ejemplos:

Ejemplo E.1.1: Expandir en fracciones parciales y calcular la transformada inversa de Laplace de la siguiente función:

$$F_{(s)} = \frac{s+4}{(s+1)(s+2)}$$

Solución:

Expandamos la expresión anterior en la cantidad de fracciones iguales a los binomios que contenga el denominador y colocaremos cada binomio en el denominador de cada fracción, dejando como incógnita a cada numerador.

$$F_{(s)} = \frac{s+4}{(s+1)(s+2)} = \frac{A}{s+1} + \frac{B}{s+2}$$

Igualamos los numeradores para resolver las incógnitas mediante ecuaciones simultáneas,

$$s + 4 = A(s + 2) + B(s + 1)$$
$$s + 4 = As + 2A + Bs + B$$
$$s + 4 = (A + B)s + (2A + B)$$

igualamos los coeficientes:

$$A + B = 1 \qquad \dots (1)$$
$$2A + B = 4 \qquad \dots (2)$$

restamos (1) de (2):

$$A = 3 \qquad \dots (3)$$

reemplazamos (3) en (1) y despejamos:

$$B = -2$$

reemplazamos estos resultados en la expansión de fracciones y obtenemos la respuesta:

$$F_{(s)} = \frac{s+4}{(s+1)(s+2)} = \frac{3}{s+1} - \frac{2}{s+2}$$

Para finalizar, ahora podemos aplicar la transformada inversa de Laplace:

$$\mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{3}{s+1} - \frac{2}{s+2}\right\} = 3e^{-t} - 2e^{-2t}$$

Ejemplo E.1.2: Expandir en fracciones parciales y calcular la transformada inversa de Laplace de la siguiente función:

$$F_{(s)} = \frac{2s+10}{s^2+2s+5}$$

Solución:

Debemos trabajar el denominador a manera de representar en el denominador funciones que sean fáciles de transformar y para ello utilizaremos las propiedades de las Transformadas de Laplace.

$$F_{(s)} = \frac{2s+10}{s^2+2s+5} = \frac{2s+10}{(s^2+2s+1)+4} = \frac{2s+10}{(s+1)^2+2^2}$$

Una vez que hemos conseguido una forma adecuada en el denominador, separaremos las expresiones en dos sumandos utilizando los del numerador:

$$F_{(s)} = \frac{2s+10}{(s+1)^2+2^2} = \frac{2s+2}{(s+1)^2+2^2} + \frac{8}{(s+1)^2+2^2}$$

$$F_{(s)} = \frac{2s+2}{(s+1)^2+2^2} + \frac{8}{(s+1)^2+2^2} = 2\frac{s+1}{(s+1)^2+2^2} + 4\frac{2}{(s+1)^2+2^2}$$

Aplicando las propiedades, podemos agrupar:

$$F_{(s)} = 2\frac{(s+1)}{(s+1)^2+2^2} + 4\frac{2}{(s+1)^2+2^2}$$

Luego, mediante la transformada inversa de Laplace, tenemos:

$$\mathcal{L}^{-1}\left\{F_{(s)}\right\} = \mathcal{L}^{-1}\left\{2\frac{(s+1)}{(s+1)^2+2^2} + 4\frac{2}{(s+1)^2+2^2}\right\}$$

$$\mathcal{L}^{-1}\left\{F_{(s)}\right\} = \mathcal{L}^{-1}\left\{2\frac{(s+1)}{(s+1)^2+2^2}\right\} + \mathcal{L}^{-1}\left\{4\frac{2}{(s+1)^2+2^2}\right\}$$

$$\mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{2s+10}{s^2+2s+5}\right\} = 2e^{-t}\cos(2t) + 4e^{-t}\sin(2t)$$

Ejemplo E.1.3: Expandir en fracciones parciales y calcular la transformada inversa de Laplace de la siguiente función:

$$F_{(s)} = \frac{s^2+2s+4}{(s+1)^3}$$

Solución:

Deberemos expandir la expresión inicial en tantas fracciones como binomios contenga el denominador, colocando literales en los numeradores, las cuales serán las incógnitas por

Enfoque práctico del control moderno

FOTOCOPIAR UN LIBRO ¡ES PIRATEARLO!
SEA ORIGINAL NO FOTOCOPIE

La ingeniería de control es una rama de la ingeniería que estudia el control de maquinarias y procesos industriales –conocidos como sistemas– sin la necesidad de intervención humana; esta rama permite que sistemas como marcapasos, misiles guiados y aeronaves puedan ser controlados por el hombre. La teoría del control moderno emplea un amplio número de ciencias y herramientas –álgebra lineal, teoría de vectores y matrices, cálculo diferencial, programación, análisis numérico, entre otras– que puedan mejorar el desempeño de los sistemas a manejar.

Incluye

- Aplicaciones con Matlab (análisis de sistemas, cálculos de ecuaciones de estado, diseño y determinación de controladores y observadores).
- Apéndice con introducción al Matlab.

Enfoque práctico de control moderno reúne estudios, trabajos e investigaciones del autor en una estructura y lenguaje sencillos. A lo largo de 10 capítulos el autor abarca los conceptos fundamentales de control en la teoría clásica, la teoría de espacio de estados, y los conceptos de controlabilidad y observabilidad, que son finalmente aplicados para el desarrollo de controladores y observadores de estado. Los capítulos finales introducen una serie de teorías complementarias que permiten mejorar el comportamiento de los sistemas de control de estados.

Este texto es útil para ingenieros y estudiantes de Ingeniería en cursos sobre Control Moderno y Control Optimo. El libro incluye aplicaciones con Matlab que requieren del lector ciertas habilidades en el *software*, pues menciona los procedimientos necesarios sin profundizar en ellos.

Colección: Ingeniería y salud en el trabajo
Área: Ingeniería

ECOE EDICIONES

UPC
Universidad Peruana de Ciencias Aplicadas

ISBN 978-958-771-324-4
9 789587 713244
e-ISBN 978-958-771-326-8

www.ecoeediciones.com