

ENFOQUE PRÁCTICO DEL CONTROL MODERNO

Con aplicaciones en Matlab

ECOE
EDICIONES



UPC
Universidad Peruana
de Ciencias Aplicadas

Enrique Luis Arnáez Braschi

Contenido

Introducción	15
Capítulo 1: Introducción al control moderno	
1.1 Clasificación de los sistemas de control	18
1.2 Transformadas de Laplace	19
1.2.1 Propiedades de las Transformadas de Laplace	20
1.2.2 Expansión por fracciones parciales	20
1.3 Álgebra de los diagramas de bloques	24
1.4 Estabilidad	31
Capítulo 2: Análisis de la respuesta en el estado transitorio	
2.1 Sistemas de primer orden	35
2.2 Sistemas de segundo orden	44
2.2.1 Conceptos generales	52
2.3 Diseño de controladores clásicos	58
2.3.1 Tipos de controladores clásicos	59
2.3.2 Ventajas y desventajas de los controladores clásicos	60
Capítulo 3: Análisis de los sistemas de control en el dominio de la frecuencia	
3.1 Diagramas de Bode	66
3.1.1 Estabilidad en frecuencia	71
3.1.2 Relación entre el tipo de sistema y los diagramas de magnitud-fase	72
3.1.3 Frecuencia de ancho de banda	73
3.1.4 Performance de lazo cerrado	76
3.2 Controladores o compensadores de adelanto o atraso de fase	77
3.2.1 Compensador de adelanto de fase	78
3.2.2 Compensador de atraso de fase	79
3.2.3 Compensador de adelanto-atraso de fase	80

| Capítulo 4: Modelamiento matemático en espacio de estados

4.1 Diseño en el espacio de estados	117
4.2 Definiciones de espacio de estados	118
4.2.1 Estado	118
4.2.2 Variables de estado	118
4.2.3 Vector de estado	118
4.2.4 Ecuaciones de estado	118
4.2.5 Espacio de estados	118
4.3 Pasos básicos para el modelamiento matemático	118
4.4 Programación en Matlab	131
4.5 Linealización de sistemas	135
4.5.1 No linealidad al comienzo	136
4.5.2 No linealidad interna	137
4.5.3 No linealidad completa	138
4.6 Identificación práctica de un sistema de segundo orden	147

| Capítulo 5: Transformaciones

5.1 Transformaciones de sistemas SISO	159
5.1.1 A partir de los coeficientes de una función de transferencia	159
a. Forma canónica controlable	159
b. Forma canónica observable	159
5.1.2 A partir de los polos de una función de transferencia	161
a. Forma canónica diagonal o modal	161
b. Forma canónica de Jordan	161
5.1.3 Comandos del Matlab para las transformaciones canónicas	163
5.2 Transformación de un sistema SIMO	166
5.3 Transformación de un sistema MIMO	167
5.4 Transformaciones inversas	167
5.4.1 Cálculo de la función de transferencia desde las formas canónicas	168
5.4.2 Cálculo de la matriz de transferencia a través de la Transformada de Laplace	170
5.5 Equivalencias o transformaciones de semejanza de las ecuaciones de estado	172

| Capítulo 6: Propiedades de los sistemas de espacio de estados

6.1 Solución de las ecuaciones de estado	177
6.1.1 Solución de las ecuaciones de estado de caso homogéneo	177
6.1.2 Matriz de transición de estados	178
6.1.2.1 Propiedades de la matriz de transición de estados	179

6.1.3 Solución de las ecuaciones de estado de caso no homogéneo	180
6.2 Estabilidad en espacio de estados	182
6.3 Controlabilidad	185
6.3.1 Método para determinar la controlabilidad	185
6.3.2 Matlab para probar la controlabilidad	186
6.4 Observabilidad	188
6.4.1 Método para determinar la observabilidad	188
6.4.2 Matlab para probar la observabilidad	189
6.5 Controlabilidad de la salida	191
6.5.1 Método para determinar la observabilidad	191
 Capítulo 7: Diseño de controladores de estado	
7.1 Algoritmo para el cálculo del controlador de estados	200
7.1.1 Método por excepción	201
7.2 Utilizando Matlab para el diseño de controladores	205
7.2.1 Matlab M-File de <i>controladorm</i> para el diseño de controladores de estado	206
 Capítulo 8: Diseño de observadores de estado	
8.1 Tipos de observadores de estado	230
8.2 Observadores de estado de orden completo	230
8.3 Diseño de observadores de estado	232
8.3.1 Algoritmo para el cálculo del observador de estados	233
8.3.2 Algoritmo de Ackerman	235
8.3.3 Método por excepción	236
8.4 Comparaciones con respecto al diseño de los controladores de estado	239
8.5 Utilizando el Matlab para el diseño de observadores de estado	241
8.6 Observador de estado en sistemas de lazo cerrado	242
8.7 Consideraciones adicionales	246
 Capítulo 9: Diseño de sistemas de seguimiento	
9.1 Tipos de sistemas de seguimiento	255
9.1.1 Sistema de seguimiento con integrador	255
9.1.2 Sistema de seguimiento sin integrador	260
 Capítulo 10: Control óptimo	
10.1 Criterio de estabilidad de Lyapunov	279
10.1.1 Función definida positiva	279
10.1.2 Matriz definida positiva	280

10.1.3 Función de Lyapunov	281
10.1.4 Prueba de estabilidad	281
10.1.5 Solución de la ecuación de Lyapunov	282
10.2 Control óptimo cuadrático	285
10.2.1 Optimización de parámetros mediante el criterio de Lyapunov	287

| Apéndice: Introducción al Matlab

Operadores de matemáticas	A-2
Operadores relacionales	A-2
Operadores lógicos	A-3
Variables	A-3
Polinomios	A-3
Condicional	A-4
Lazos de programación	A-4
Constantes del sistema	A-5
Algunos comandos útiles	A-6
Figuras y gráficos	A-8
M-Files	A-8
<i>Toolboxes; Symbolic Math Toolbox (toolbox de matemáticas simbólicas)</i>	A-9
Integrales	A-12
Derivadas	A-13
Resolución de ecuaciones	A-14
Transformaciones	A-15
Toolboxes de control y señales	A-16
Funciones de transferencia de filtros analógicos	A-22

Listado de ejemplos

- Ejemplo E.1.1: Expansión de fracciones parciales y cálculo de la Transformada inversa de Laplace
- Ejemplo E.1.2: Expansión de fracciones parciales y cálculo de la Transformada inversa de Laplace
- Ejemplo E.1.3: Expansión de fracciones parciales y cálculo de la Transformada inversa de Laplace
- Ejemplo E.1.4: Determinación de la función de transferencia de sistema circuito RLC
(entrada: voltaje/salida: corriente)
- Ejemplo E.1.5: Determinación de la función de transferencia de sistema circuito RLC
(entrada: voltaje/salida: caída de tensión en el capacitor)
- Ejemplo E.1.6: Determinación de la función de transferencia de sistema masa-resorte
- Ejemplo E.1.7: Determinación de la función de transferencia de sistema motor DC de posición
- Ejemplo E.1.8: Cálculo de los polos y los ceros de una función transferencia
- Ejemplo E.1.9: Cálculo de los polos y los ceros de una función transferencia

- Ejemplo E.2.1: Análisis de un sistema de primer orden
- Ejemplo E.2.2: Análisis de un sistema de primer orden con ruido en el sensor
- Ejemplo E.2.3: Análisis de un sistema de segundo orden
- Ejemplo E.2.4: Análisis de un sistema de segundo orden
- Ejemplo E.2.5: Diseño de un controlador PID

- Ejemplo E.3.1: Trazo de los diagramas de Bode
- Ejemplo E.3.2: Determinación de la estabilidad de un sistema
- Ejemplo E.3.3: Diseño de un controlador del péndulo invertido
- Ejemplo E.3.4: Diseño de un compensador de adelanto de fase
- Ejemplo E.3.5: Método de diseño de respuesta de frecuencia para el controlador de cabeceo de un avión

- Ejemplo E.4.1: Cálculo de las ecuaciones de estado de un circuito RLC
- Ejemplo E.4.2: Cálculo de las ecuaciones de estado de un sistema masa-resorte
- Ejemplo E.4.3: Cálculo de las ecuaciones de estado de un sistema múltiple masa-resorte
- Ejemplo E.4.4: Cálculo de las ecuaciones de estado de un sistema motor DC de posición o velocidad
- Ejemplo E.4.5: Linealización de un sistema
- Ejemplo E.4.6: Linealización de un sistema de suspensión de una bola por magnetismo
- Ejemplo E.4.7: Linealización de un giroscopio

- Ejemplo E.5.1: Obtención de las formas canónicas controlable, observable y diagonal de un sistema
- Ejemplo E.5.2: Transformación de función de transferencia a espacio de estados
- Ejemplo E.5.3: Transformación de función de transferencia a espacio de estados
- Ejemplo E.5.4: Transformación de ecuaciones de estado en matriz de transferencia
- Ejemplo E.5.5: Transformación de ecuaciones de estado en matriz de transferencia
- Ejemplo E.5.6: Transformación equivalente de un sistema

- Ejemplo E.6.1: Determinación de la matriz de transformación de estados
- Ejemplo E.6.2: Determinación de la respuesta en el tiempo de un sistema
- Ejemplo E.6.3: Determinación de la estabilidad de un sistema
- Ejemplo E.6.4: Determinación de la estabilidad de un sistema
- Ejemplo E.6.5: Determinación de la controlabilidad de un sistema
- Ejemplo E.6.6: Diseño de un controlador de estados para la altitud de un satélite
- Ejemplo E.6.7: Determinación de la observabilidad de un sistema
- Ejemplo E.6.8: Diseño de un observador de estados para los estados de un satélite
- Ejemplo E.6.9: Determinación de la controlabilidad, observabilidad y controlabilidad de un sistema
- Ejemplo E.6.10: Cálculo de las ecuaciones de estado y de las propiedades de un tren magnético
-
- Ejemplo E.7.1: Determinación de un controlador por ubicación de polos por el método completo
- Ejemplo E.7.2: Determinación de un controlador por ubicación de polos por el método por excepción
- Ejemplo E.7.3: Determinación de un controlador por ubicación de polos
- Ejemplo E.7.4: Determinación de un controlador por ubicación de polos, utilizando la función *controlador.m* en Matlab
- Ejemplo E.7.5: Determinación de un controlador por ubicación de polos, utilizando la función *controlador.m* en Matlab
- Ejemplo E.7.6: Prueba de la función *controlador.m* con un sistema MIMO
- Ejemplo E.7.7: Problema del péndulo invertido
- Ejemplo E.7.8: Diseño de un controlador de estados para un motor de posición
-
- Ejemplo E.8.1: Determinación de la ecuación característica con un observador de estados
- Ejemplo E.8.2: Determinación de un observador de estados
- Ejemplo E.8.3: Determinación de un observador de estados
- Ejemplo E.8.4: Determinar el valor de l_1 y l_2 desde el polinomio característico
- Ejemplo E.8.5: Determinación de un observador de estados
- Ejemplo E.8.6: Determinación del nuevo sistema de lazo cerrado con observador
- Ejemplo E.8.7: Determinación de un observador de estados
- Ejemplo E.8.8: Determinación de un observador de estados, utilizando la función *acker* en Matlab
- Ejemplo E.8.9: Determinación de un observador de estados para un motor de posición
-
- Ejemplo E.9.1: Diseño de un controlador de estados de seguimiento y determinación del sistema de lazo cerrado
- Ejemplo E.9.2: Diseño de un controlador con acción integral
- Ejemplo E.9.3: Diseño de un controlador de estados con acción integral para un motor de posición
- Ejemplo E.9.4: Realimentar los estados con mediante un observador de estados para el motor de posición con controlador de acción integral
- Ejemplo E.9.5: Realimentar los estados con mediante un observador de estados para el motor de posición con controlador de acción integral cuyo sensor genera ruido
- Ejemplo E.9.6: Comparar y analizar las diferencias de la tercera variable de estado de cada uno de los casos presentados en los tres ejemplos anteriores

- Ejemplo E.10.1: Prueba de un función sobre si es definida positiva
- Ejemplo E.10.2: Prueba de un función sobre si es definida positiva
- Ejemplo E.10.3: Determinación de la matriz P mediante la Ecuación de Riccati
- Ejemplo E.10.4: Determinación de la matriz P mediante la Ecuación de Riccati
- Ejemplo E.10.5: Análisis de un sistema mediante el control óptimo
- Ejemplo E.10.6: Diseño de un controlador de estados mediante la función de costos de control óptimo
- Ejemplo E.10.7: Diseño de un controlador óptimo para un telescopio de instrucción
- Ejemplo E.10.8: Diseño de un controlador óptimo para un telescopio de instrucción realimentando los estados mediante un observador
- Ejemplo E.10.9: Análisis completo de control sobre un sistema diseñando todo tipo de controladores y cerrando el lazo con observadores

Introducción

Este libro ha sido preparado pensando en condensar temas sumamente abstractos de manera sencilla que apoyen el dictado de los cursos relacionados, específicamente, me refiero a los temas de control moderno, ya que cuando me tocó aprender y luego dictar estos cursos, el lenguaje que empleaban las publicaciones y la forma de escribir las matemáticas eran sumamente complicadas.

Asimismo, no se tenían aplicaciones en Matlab de los ejemplos que planteaban, siendo una gran interrogante cómo los autores programaban y llegaban a los resultados.

En este libro se condensa, en una forma práctica, estudios, trabajos e investigaciones de más de catorce años tratando de plasmar el enfoque práctico de la parte teórica del control moderno.

La teoría de control moderno emplea durante sus diferentes etapas para el diseño de los controladores, un amplio número de ciencias y herramientas tales como álgebra lineal, teoría de vectores y matrices, cálculo diferencial y programación. Para esta última herramienta, empleamos el Matlab, por ello si el lector no está familiarizado con estos temas, es conveniente que primero desarrolle ciertas habilidades antes de comenzar con estos conocimientos, ya que solamente se mencionarán los procedimientos necesarios sin profundizar en ellos.

Adicionalmente, todo ingeniero que vaya a analizar el comportamiento de un sistema controlado, o para controlarlo, deberá investigar la teoría que sostiene dicho comportamiento. En este caso, usamos teoría de electricidad, electrónica, mecánica y dinámica de sólidos o fluidos, economía, química o cualquiera que fuera el o los campos de trabajo del sistema en cuestión.

Complementariamente, el control moderno utiliza análisis numérico, teoría de optimización, lógica difusa, redes neuronales y otras nuevas teorías que puedan mejorar el desempeño de los sistemas que manejemos.

Se puede ver que desde el Capítulo 1 al 3, abarcamos las áreas tradicionales del control clásico, tales como los análisis de la respuesta en el tiempo transitorio y en la frecuencia. Se presentan de manera completa y con ejemplos desarrollados, los conceptos fundamentales del control, ya que la teoría clásica permite hacerlo de una manera fácil de comprender.

Posteriormente, desde el Capítulo 4 al 6, establecemos los fundamentos de la teoría de espacio de estados, donde veremos el modelamiento matemático, sus transformaciones y propiedades. Esta teoría nos permitirá programar las simulaciones y el diseño de una manera más real, ya que una de sus capacidades es la de poder trabajar con sistemas de múltiples entradas y salidas, cosa que no era posible con la teoría de control clásica. Del mismo modo, introduce los conceptos de controlabilidad y observabilidad.

Los capítulos centrales de este texto son el 7 y el 8. Ahí es donde aplicamos todos los conocimientos previos para el desarrollo de controladores y observadores de estado.

Desde el Capítulo 9 al 10 veremos una serie de teorías complementarias que sirven para mejorar el comportamiento de los sistemas de control de estados. Hemos visto conveniente resaltar el seguimiento y el control óptimo. Todas estas teorías se utilizarán en las diferentes partes del análisis o diseño. Igualmente, no debemos limitarnos a ellas porque si sabemos emplear otras teorías que puedan apoyar a este campo, así como de otras nuevas que puedan desarrollarse, debemos experimentar su uso en la teoría de control moderno.

Adicionalmente, se presenta un apéndice donde planteamos una introducción al Matlab. Su finalidad es enseñar a usar este programa, sino de explicar algunas de sus funciones y aplicaciones para ayudar a su empleo en el control.

Los temas teóricos están presentados con ejemplos en su aplicación con la finalidad de una fácil y rápida comprensión, y casi en su totalidad son desarrollados adicionalmente en Matlab, siempre y cuando sea aplicable.

Enrique Arnáez Braschi

Capítulo 1: Introducción al control moderno

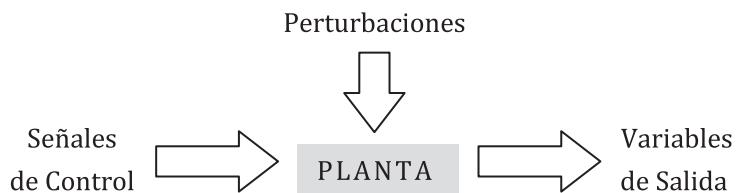
A continuación, recordaremos una serie de conceptos que deberemos tener presentes para comprender los temas que se desarrollarán posteriormente.

Comenzamos por definir al control realimentado como una operación que, a pesar de estar bajo la influencia de perturbaciones, tiende a reducir la diferencia entre alguna entrada de referencia y el resultado del proceso esperado, y lo continúa haciendo con base en esta diferencia hasta que el sistema se estabilice y en el mejor de los casos, hasta que la diferencia desaparezca.

El sistema se define como una combinación de componentes que actúan conjuntamente y que cumplen determinado objetivo.

La planta es el objeto sobre el cual se ejecutan las acciones especiales organizadas con el fin de lograr resultados de funcionamiento deseados. Es el objeto que se desea controlar.

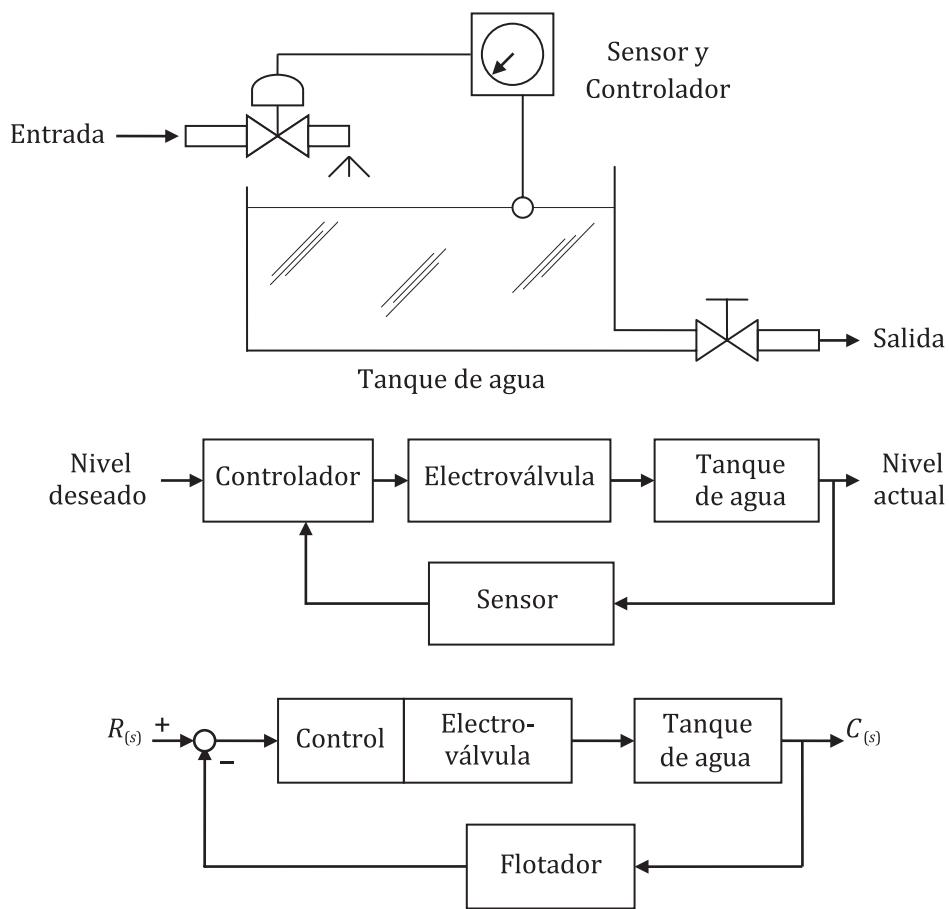
Gráfico 1.1. Sistema



Las acciones elaboradas por el controlador se denominan señales de control, mientras que las que no dependen del sistema de control, que no se pueden predecir y que no son deseadas, se denominan perturbaciones.

Los resultados para los cuales se diseñó el controlador son las variables de salida.

El proceso es la sucesión de cambios que se producen en una planta: cambios de materia, energía, información, etcétera.

Gráfico 1.2. Sistema de control en varias formas

1.1 Clasificación de los sistemas de control

a. Según su dimensión:

- Sistemas de parámetros concentrados: representados por ecuaciones diferenciales u otra expresión que le dé carácter finito.
- Sistemas de parámetros distribuidos: son de carácter infinito por lo que requieren de derivadas parciales dentro de su representación, por ejemplo: el modelo de un oleoducto.

b. Según el conocimiento de sus parámetros:

- Sistemas determinísticos: sistemas de parámetros conocidos.
- Sistemas estocásticos: donde algunos o todos sus parámetros son conocidos probabilísticamente.

c. Según el tipo de continuidad:

- Sistemas continuos: tienen definición para todo instante de tiempo y mediante puntos contiguos, por ejemplo una parábola.

- Sistemas discontinuos: tienen una o más definiciones en cada instante de tiempo las cuales no son, necesariamente, puntos contiguos, por ejemplo: un tren de pulsos o una tangente.
 - Sistemas discretos: están definidos en ciertos periodos, por ejemplo: una señal muestreada.
- d. Segundo su estructura matemática:
- Sistemas lineales: su comportamiento puede ser representado por una línea recta. Se puede aplicar el principio de superposición.
 - Sistemas no lineales: no pueden ser representados por una línea recta en su totalidad o en una porción del mismo, así sea muy pequeña.

- e. Segundo el comportamiento de sus parámetros:

- Sistemas invariantes en el tiempo: cuyos parámetros son iguales para todos los instantes de tiempo, por ejemplo: un sistema de suspensión mecánica.
- Sistemas variantes en el tiempo: cuyos parámetros cambian conforme va transcurriendo el tiempo, por ejemplo: la masa de un cohete o de un carro Fórmula 1, volumen de cuerpos sometidos a diferentes temperaturas y otros similares.

Para las aplicaciones en el curso que estamos desarrollando y por motivos de instrucción vamos a utilizar sistemas lineales invariantes en el tiempo.

1.2 Transformadas de Laplace:

Las Transformadas de Laplace se encargan de facilitar el cálculo de operaciones íntegro-diferenciales. Esto se realiza cambiando el dominio del tiempo a uno imaginario que denominamos Dominio de Laplace, en donde la solución de ecuaciones diferenciales se alcanza mediante procedimientos algebraicos.

Las Transformadas de Laplace más comunes son las siguientes:

$$\begin{aligned}\mathcal{L}\{\delta_{(t)}\} &= 1 & \mathcal{L}\{t\} &= \frac{1}{s^2} & \mathcal{L}\{u_{(t)}\} &= \frac{1}{s} \\ \mathcal{L}\{t^{n-1}\} &= \frac{(n-1)!}{s^n} & \mathcal{L}\{e^{-at}\} &= \frac{1}{s+a} & \mathcal{L}\{\cos(at)\} &= \frac{s}{s^2 + a^2} \\ \mathcal{L}\{\sin(at)\} &= \frac{a}{s^2 + a^2}\end{aligned}$$

Es conveniente recalcar que para realizar las transformaciones inversas de Laplace se utilizan las mismas fórmulas, pero en sentido contrario.

1.2.1 Propiedades de las Transformadas de Laplace:

Las transformaciones se facilitan notablemente cuando, además de las fórmulas más comunes, aplicamos las propiedades que rigen a estas. A continuación vamos a presentar las más importantes:

$$\mathcal{L} \left\{ \frac{d^n f_{(t)}}{dt^n} \right\} = s^n F_{(s)} - s^{n-1} f_{(0^+)} - s^{n-2} \dot{f}_{(0^+)} - \dots - f_{(0^+)}^{n-1}$$

Donde todas las derivadas de la función son iguales a 0, cuando las condiciones iniciales son 0.

$$\mathcal{L} \left\{ \int_0^t f_{(t)} dt \right\} = \frac{F_{(s)}}{s}$$

$$\mathcal{L} \left\{ e^{-at} f_{(t)} \right\} = F_{(s+a)}$$

$$\mathcal{L} \left\{ f_{\left(\frac{t}{a}\right)} \right\} = a F_{(as)}$$

$$\left\{ \int_0^t f_{1(t-\tau)} f_{2(\tau)} d\tau \right\} = F_{1(s)} F_{2(s)}$$

Teorema del valor inicial:

$$f_{(0^+)} = \lim_{s \rightarrow \infty} s F_{(s)}$$

Teorema del valor final:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} f_{(t)} = f_{(\infty)} = \lim_{s \rightarrow 0} s F_{(s)}$$

1.2.2 Expansión por fracciones parciales:

La expansión por fracciones parciales es utilizada para descomponer una función que contiene polinomios en el numerador y en el denominador, en un conjunto de fracciones que respondan fácilmente a la transformación inversa de Laplace.

Los casos más frecuentes son expresiones con denominador compuesto por una multiplicación de binomios, y expresiones con denominador compuesto por binomios elevados a alguna potencia. Para los demás casos que no están explícitamente citados, se deberán combinar estas alternativas de solución y deberá usarse mucha álgebra para factorizar de la manera adecuada estas expresiones y nos apoyaremos bastante en las propiedades de las Transformadas de Laplace.

Presentaremos la forma de resolver estas expansiones con los siguientes ejemplos:

Ejemplo E.1.1: Expandir en fracciones parciales y calcular la transformada inversa de Laplace de la siguiente función:

$$F_{(s)} = \frac{s+4}{(s+1)(s+2)}$$

Solución:

Expandamos la expresión anterior en la cantidad de fracciones iguales a los binomios que contenga el denominador y colocaremos cada binomio en el denominador de cada fracción, dejando como incógnita a cada numerador.

$$F_{(s)} = \frac{s+4}{(s+1)(s+2)} = \frac{A}{s+1} + \frac{B}{s+2}$$

Igualamos los numeradores para resolver las incógnitas mediante ecuaciones simultáneas,

$$\begin{aligned}s+4 &= A(s+2) + B(s+1) \\ s+4 &= As + 2A + Bs + B \\ s+4 &= (A+B)s + (2A+B)\end{aligned}$$

igualamos los coeficientes:

$$\begin{aligned}A + B &= 1 & \dots (1) \\ 2A + B &= 4 & \dots (2)\end{aligned}$$

restamos (1) de (2):

$$A = 3 \quad \dots (3)$$

reemplazamos (3) en (1) y despejamos:

$$B = -2$$

reemplazamos estos resultados en la expansión de fracciones y obtenemos la respuesta:

$$F_{(s)} = \frac{s+4}{(s+1)(s+2)} = \frac{3}{s+1} - \frac{2}{s+2}$$

Para finalizar, ahora podemos aplicar la transformada inversa de Laplace:

$$\mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{3}{s+1} - \frac{2}{s+2} \right\} = 3e^{-t} - 2e^{-2t}$$

Ejemplo E.1.2: Expandir en fracciones parciales y calcular la transformada inversa de Laplace de la siguiente función:

$$F_{(s)} = \frac{2s+10}{s^2 + 2s + 5}$$

Solución:

Debemos trabajar el denominador a manera de representar en el denominador funciones que sean fáciles de transformar y para ello utilizaremos las propiedades de las Transformadas de Laplace.

$$F_{(s)} = \frac{2s+10}{s^2 + 2s + 5} = \frac{2s+10}{(s^2 + 2s + 1) + 4} = \frac{2s+10}{(s+1)^2 + 2^2}$$

Una vez que hemos conseguido una forma adecuada en el denominador, separaremos las expresiones en dos sumandos utilizando los del numerador:

$$F_{(s)} = \frac{2s+10}{(s+1)^2 + 2^2} = \frac{2s+2}{(s+1)^2 + 2^2} + \frac{8}{(s+1)^2 + 2^2}$$

$$F_{(s)} = \frac{2s+2}{(s+1)^2 + 2^2} + \frac{8}{(s+1)^2 + 2^2} = 2 \frac{s+1}{(s+1)^2 + 2^2} + 4 \frac{2}{(s+1)^2 + 2^2}$$

Aplicando las propiedades, podemos agrupar:

$$F_{(s)} = 2 \frac{(s+1)}{(s+1)^2 + 2^2} + 4 \frac{2}{(s+1)^2 + 2^2}$$

Luego, mediante la transformada inversa de Laplace, tenemos:

$$\mathcal{L}^{-1}\{F_{(s)}\} = \mathcal{L}^{-1}\left\{2 \frac{(s+1)}{(s+1)^2 + 2^2} + 4 \frac{2}{(s+1)^2 + 2^2}\right\}$$

$$\mathcal{L}^{-1}\{F_{(s)}\} = \mathcal{L}^{-1}\left\{2 \frac{(s+1)}{(s+1)^2 + 2^2}\right\} + \mathcal{L}^{-1}\left\{4 \frac{2}{(s+1)^2 + 2^2}\right\}$$

$$\mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{2s+10}{s^2 + 2s + 5}\right\} = 2e^{-t} \cos(2t) + 4e^{-t} \sin(2t)$$

Ejemplo E.1.3: Expandir en fracciones parciales y calcular la transformada inversa de Laplace de la siguiente función:

$$F_{(s)} = \frac{s^2 + 2s + 4}{(s+1)^3}$$

Solución:

Deberemos expandir la expresión inicial en tantas fracciones como binomios contenga el denominador, colocando literales en los numeradores, las cuales serán las incógnitas por

Enfoque práctico del control moderno



La ingeniería de control es una rama de la ingeniería que estudia el control de maquinarias y procesos industriales –conocidos como sistemas– sin la necesidad de intervención humana; esta rama permite que sistemas como marcapasos, misiles guiados y aeronaives puedan ser controlados por el hombre. La teoría del control moderno emplea un amplio número de ciencias y herramientas –álgebra lineal, teoría de vectores y matrices, cálculo diferencial, programación, análisis numérico, entre otras– que puedan mejorar el desempeño de los sistemas a manejar.

Enfoque práctico de control moderno reúne estudios, trabajos e investigaciones del autor en una estructura y lenguaje sencillos. A lo largo de 10 capítulos el autor abarca los conceptos fundamentales de control en la teoría clásica, la teoría de espacio de estados, y los conceptos de controlabilidad y observabilidad, que son finalmente aplicados para el desarrollo de controladores y observadores de estado. Los capítulos finales introducen una serie de teorías complementarias que permiten mejorar el comportamiento de los sistemas de control de estados.

Este texto es útil para ingenieros y estudiantes de Ingeniería en cursos sobre Control Moderno y Control Óptimo. El libro incluye aplicaciones con Matlab que requieren del lector ciertas habilidades en el *software*, pues menciona los procedimientos necesarios sin profundizar en ellos.

Colección: Ingeniería y salud en el trabajo

Área: Ingeniería

ECOE
EDICIONES



UPC

Universidad Peruana
de Ciencias Aplicadas

www.ecoediciones.com

